Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Чирикова Лилия Ивановна
Должность: Директор филиала
Дата подписания: 02.11.2026 13:52:35
Уникальный программный ключ:
750e77999bb0631a45cbf7b4a579c1095bcef032814fee919138f73a4ce0cad5

Приложение
ОПОП-ППССЗ по специальности
11.02.06 Техническая эксплуатация
транспортного радиоэлектронного
оборудования (по видам транспорта)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

основной профессиональной образовательной программы -
программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО
11.02.06 Техническая эксплуатация транспортного радиоэлектронного оборудования
(по видам транспорта)

Базовая подготовка
среднего профессионального образования

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств 3
2. Результаты освоения учебного предмета, подлежащие проверке 4
3. Оценка освоения учебного предмета 6
3.1. Формы и методы оценивания 6
3.2. Кодификатор оценочных средств 10
4. Задания для оценки освоения предмета 11

1 ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств учебного предмета ОП.01 Математические методы решения прикладных профессиональных задач может быть использован при различных образовательных технологиях, в том числе и как дистанционные контрольные средства при электронном / дистанционном обучении.

В результате освоения учебного предмета ОП.01 Математические методы решения прикладных профессиональных задач обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности 11.02.06 Техническая эксплуатация транспортного радиоэлектронного оборудования (по видам транспорта) следующими знаниями, умениями, которые формируют общие и профессиональные компетенции, а также личностными результатами, осваиваемыми в рамках программы воспитания:

У1. Составлять и читать структурные схемы информационных процессов;

У2. Составлять архитектуру построения сети, создавать новую базу данных, пользоваться и строить диаграммы и схемы по используемым данным;

У3. Ииспользовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях.

З1. Основные понятия и методы математически-логического синтеза и анализа логических устройств;

З2. Состав, функции и возможности использования информационных и математических технологий в профессиональной деятельности.

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

- личностные результаты:

ЛР 2 Проявляющий активную гражданскую позицию, демонстрирующий приверженность принципам честности, порядочности, открытости, экономически активный и участвующий в студенческом и территориальном самоуправлении, в том числе на условиях добровольчества, продуктивно взаимодействующий и участвующий в деятельности общественных организаций.

ЛР 4 Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 23 Получение обучающимися возможности самораскрытия и самореализация личности.

ЛР 30 Осуществляющий поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения различных задач, профессионального и личностного развития.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является письменный экзамен.

2. Результаты освоения учебного предмета, подлежащие проверке

В результате аттестации по учебному предмету осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих, профессиональных компетенций и личностных результатов в рамках программы воспитания:

Таблица 1.1.

Результаты обучения: умения, знания, общие и профессиональные компетенции	**Показатели оценки результата**	**Формы и методы контроля и оценки результатов обучения**
Уметь:		
У1. Применять математические методы для решения профессиональных задач; ОК 01,ОК02, ОК04 ЛР 2,ЛР 4, ЛР 23,ЛР 30	- Нахождение производной функции; - Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции; - Использование таблицы производных, свойств и правил дифференцирования; - Составление дифференциальных; уравнений на простейших задачах; - Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка; -Решение волнового уравнения; - Исследование функции и построение графика; - Нахождение неопределенных интегралов - Использование таблицы интегралов, свойств и правил интегрирования; - Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения; - Вычисление определенных интегралов; -Приближённое вычисление определённого интеграла; - Численное дифференцирование, интегрирование и решение обыкновенных дифференциальных уравнений - Исследование рядов на сходимость и расходимость - Применение графов на практике. - Использование основных формул комбинаторики и теории вероятностей; - Решение различных задач на нахождение вероятности события. - Нахождение закона распределения дискретной случайной величины - Использование формулы Бернули (биноминальное распределение) -Решение различных профессиональных задач - Вычисление математического ожидание	Устный опрос. Результат выполнения практических занятий. Результат выполнения самостоятельных работ.

	и дисперсии случайной величины - Использование методов математического анализа при решении прикладных задач Выполнение операций над множествами	
У2. Решать прикладные электротехнические задачи методом комплексных чисел; ОК 01,ОК 02, ОК 04 ЛР 2,ЛР 4, ЛР 23,ЛР 30	- Выполнение действий с комплексными числами в алгебраической, тригонометрической, показательной формах - Выполнение действий над комплексными числами при решении профессиональных задач	Устный опрос. Результат выполнения практических занятий. Результат выполнения самостоятельных работ.
Знать:		
З1. Комплексные числа и действия над ними, методы решения систем линейных уравнений; ОК 01,ОК 02, ОК 04 ЛР 2, ЛР 4, ЛР 23,ЛР 30	- Знание всех форм комплексного числа, построение геометрической интерпретации, вычисление квадратного корня из комплексных чисел, заданных в алгебраической и тригонометрической форме, - Методы решения систем линейных уравнений	Устный опрос. Результат выполнения практических занятий. Результат выполнения самостоятельных работ.
З2. Основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математике, теории вероятности и математической статистике. ОК 01,ОК 02, ОК 04 ЛР 2,ЛР 4, ЛР 23,ЛР 30	- Воспроизведение формул для подсчета перестановок, размещений и сочетаний - Воспроизведение формул для нахождения классической и статистической вероятности случайных событий - Нахождения значений числовых характеристик дискретной случайной величины; - Применение метода Эйлера для решения дифференциальных уравнений - Решение заданий прикладного характера на применение теории вероятностей. -Применение свойств непрерывных функций - Воспроизведение основных понятий теории множества и теории графов - Применение метода Фурье - Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений. - Вычисление мощности в цепи постоянного тока - Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой - Замена определенного интеграла соответствующей интегральной суммой	Устный опрос. Результат выполнения практических занятий. Результат выполнения самостоятельных работ.

	- Знание формулы приближённого вычисления, основанной на первой интерполяционной формуле Ньютона - Применение на практике признака Даламбера - Построения рядов распределения случайной величины - Составление закона распределения вероятностей Численное дифференцирование, интегрирование и решение обыкновенных дифференциальных уравнений способы решения различных дифференциальных уравнений	

3. Оценка освоения учебного предмета

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по предмету ОП.01 Математические методы решения прикладных профессиональных задач, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций, а также личностных результатов в рамках программы воспитания.

Контроль и оценка освоения учебного предмета по темам (разделам)

Таблица 2.2.

Элемент учебной дисциплины	**Формы и методы контроля**					
	Текущий контроль		**Рубежный контроль**		**Промежуточная аттестация**	
	Форма контроля	**Проверяемые У, З, ОК, ПК**	**Форма контроля**	**Проверяемые У, З, ОК, ПК**	**Форма контроля**	**Проверяемые У, З, ОК, ПК**
Раздел 1 Элементы линейной алгебры					*Экзамен*	*У1, 31 ОК 01,ОК0 2, ОК 04 ЛР 2, 4, 23, 30*
Тема 1.1. -1.3. Введение. Системы линейных уравнений**.**	*Устный опрос Устный опрос; результат выполнения практических работ; результат выполнения самостоятельных работ Практическое занятие №1 Самостоятельная работа №1*	*У1, 31 ОК 01,ОК0 2, ОК04, ЛР 2, 4, 23, 30*				
Раздел 2 Теория чисел					*Экзамен*	*У2, 31 ОК 01,ОК0 2, ОК 04 ЛР 2, 4, 23, 30*
Тема 2.1. -2.4. Комплексные числа	*Устный опрос Практическое занятие№2 Практическое занятие№3 Самостоятельная работа №2*	*У2, 31 ОК 01, ОК 02, ОК 04 ЛР 2, 4, 23, 30*				
Раздел 3.					*Экзамен*	*У1, 32*

Основы дискретной математики						*ОК 01, ОК 02, ОК04 ЛР 2, 4, 23, 30*
Тема 3.1. -3.3. Основы теории множеств**.** Основы теории графов	*Устный опрос Практическое занятие №4 Самостоятельная работа №3*	*У1, 32 ОК 01, ОК 02 ОК 04 ЛР 2, 4, 23, 30*				
Раздел 4. Математический анализ				.	*Экзамен*	*У1, 32 ОК 01,ОК 02, ОК 04, ЛР 2, 4, 23, 30*
Тема 4.1.-4.4. Дифференциальное и интегральное исчисление.	*Устный опрос Практическое занятие №5 Практическое занятие №6 Самостоятельная работа №4*	*У1, 32 ОК 01,ОК 02, ОК 04, ЛР 2, 4, 23, 30*				
Тема 4.5.-4.6. Обыкновенные дифференциальные уравнения	*Устный опрос Практическое занятие №7 Самостоятельная работа №5*	*У1, 32 ОК 01,ОК 02, ОК 04, ЛР 2, 4, 23, 30*				
Тема 4.7.-4.8 Численное интегрирование	*Устный опрос Практическое занятие №8 Самостоятельная работа №6*	*У1, 32 ОК 01,ОК 02, ОК 04, ЛР 2, 4, 23, 30*				
Тема 4.9.-4.12 Численное дифференцирование	*Устный опрос Практическое занятие №9 Практическое занятие №10 Самостоятельная работа №7*	*У1, 32 ОК 01,ОК 02, ОК 04, ЛР 2, 4, 23, 30*				

Тема 4.13.-4.15 Ряды	*Устный опрос* *Практическое занятие №11* *Самостоятельная работа №8* *Практическое занятие №12*	*У1, 32* *ОК 01,ОК 02,* *ОК 04,* *ЛР 2, 4, 23, 30*				
Раздел 5. Основы теории вероятности и математическо й статистики					*Экзамен*	*У1, 32* *ОК 01,ОК 02,* *ОК 04,* *ЛР 2, 4,23, 30*
Тема 5.1. -5.2. Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей	*Устный опрос* *Практическое занятие №13* *Самостоятельная работа №9*	*У1, 32* *ОК 01,ОК 02,* *ОК 04,* *ЛР 2, 4,23, 30*				
Тема 5.3. -5.4 Случайная величина, ее функции распределения	*Устный опрос* *Практическое занятие №14* *Самостоятельная работа №10*	*У1, 32* *ОК 01,ОК 02,* *ОК 04,* *ЛР 2, 4,23, 30*				
Тема 5.5. -5.7. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. **Тема 5.8.** Обобщение и систематизация знаний.	*Устный опрос* *Практическое занятие №15* *Самостоятельная работа №11*	*У1, 32* *ОК 01,ОК 02,* *ОК 04,* *ЛР 2, 4,23, 30*				

3.2 Кодификатор оценочных средств

Функциональный признак оценочного средства (тип контрольного задания)	**Код оценочного средства**
Устный опрос	*УО*
Практическая работа № n	*ПР № n*
Тестирование	*Т*
Контрольная работа № n	*КР № n*
Задания для самостоятельной работы - реферат; - доклад; - сообщение; - ЭССЕ - подготовка справочного материала	*СР*
Разноуровневые задачи и задания (расчётные, графические)	*РЗЗ*
Рабочая тетрадь	*РТ*
Проект	*П*
Деловая игра	*ДИ*
Кейс-задача	*КЗ*
Зачёт	*З*
Дифференцированный зачёт	*ДЗ*
Экзамен	*Э*

4.ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)

1. Эйлер великий математик.
2. Комплексные числа, их прошлое и настоящее.
3. Теория множеств.
4. История возникновения теории графов.
5. Удивительное свойства мнимой единицы. История её возникновения.
6. Элементы теории вероятностей.
7. Численные методы вычисления интегралов
8. Вклад А.Н. Колмогорова в совершенствование теории вероятностей.

4.1.2 Подготовка справочного материала.

1. Матрицы**.** Системы линейных уравнений.
2. Формулы производной и правила дифференцирования.
3. Формулы неопределенного и определенного интеграла.
4.Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.
5. Пределы. Ряды.
6. Случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия.

4.5 Тестовые задания

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Раздел математики, изучающий определители и матрицы называется:

а) геометрией
б) линейной алгеброй
в) высшей математикой
г) линейным программированием

2. Множество чисел, образующих прямоугольную таблицу, которая содержит *m* строк и *n* столбцов называется:

а) число
б) матрица
в) таблица чисел
г) вектор

3. Матрица все элементы которой равны нулю, называется:

а) нулевой
б) отрицательной
в) единичной
г) бесконечной

4. Минор определителя – это:

а) сумма элементов главной диагонали
б) произведение элементов главной диагонали
в) другой определитель, полученный из данного вычеркиванием строки и столбца
г) алгебраическое дополнение элемента определителя

5. Алгебраическое дополнение каждого элемента равно:

а) минору этого элемента, взятому с противоположным знаком
б) минору этого элемента, взятому со своим знаком
в) минору этого элемента, взятому со своим знаком, взятый со знаком $(-1)^{i+j}$
г) минору этого элемента, взятому со своим знаком, если сумма номеров строки и столбца, на пересечении которых стоит данный элемент, четно, и с обратным знаком, если - нечетно

6. Чему равен определитель матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$**:**

а) -3
б) 20
в) 0
г) 9

7. Матрица – это:

а) прямоугольная таблица чисел
б) определитель
в) отличный от нуля минор
г) неопределяемое понятие

8. Система линейных уравнений называется совместной, если она:

а) имеет единственное решение
б) не имеет решений
в) имеет бесконечное множество решений
г) имеет хотя бы одно решение

9. При решении систем уравнений методом Гаусса нельзя:

а) удалять равные или пропорциональные строки кроме одной
б) любую строку умножать или делить на некоторое число
в) переставлять местами строки
г) умножать любой столбец на некоторое число

10. Установите соответствие Если при решении системы уравнений методом Крамера все определители…

1. Если все определители отличны от нуля , то	**а**. система не имеет решения
2. Если главный определитель равен нулю, а хотя бы один вспомогательный отличен о нуля, то	**б**. система имеет единственное решение
3. Если главный определитель равен нулю, и вспомогательные равны нуля, то	**в.** система имеет бесконечное множество решений

11. К арифметическим действиям над матрицами относятся:

а) сумма матриц
б) произведение матрицы на число
в) произведение матриц
г) деление матриц

12. Каждому элементу первого столбца поставьте в соответствие один или несколько элементов второго столбца.

Методы решения систем линейных уравнений.

Методы:	**Характеристики:**
1. метод Гаусса	**а.** метод последовательно сложения коэффициентов перед неизвестными
2. метод Крамера	**б.** метод последовательного исключения неизвестных, приведение матрицы системы к ступенчатому виду
	в. неизвестные вычисляются как отношение определителей, полученных из определителя системы заменой соответствующих столбцов на столбец свободных членов, к определителю системы уравнений

13. Закончите предложение: Если у квадратной матрицы определитель равен нулю, то она называется …

Контролируемые компетенции: *ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07*

Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Правильный ответ	б	б	а	в	в	б	а	г	а	1б,2а, 3в	а,б,в	1б,2в	вырожденной

Критерии оценки:

«5» – от 86% до 100% правильных ответов.
«4» – от 76% до 85% правильных ответов.
«3» – от 61% до 75% правильных ответов.
«2» – менее 61% правильных ответов

Раздел 2 . Теория чисел

1. Чему равен квадрат мнимой единицы?

a. -1
b. 0
c. 1
d. 4

2. Как называются числа вида x + yi?

a. целыми
b. сопряженными
c. нейтральными
d. комплексными

3. Какой буквой обычно обозначается комплексное число?

a. z
b. d
c. k
d. u

4. Чему равно выражение (4 + i)+ (3 + 2i)?
a. 7+3 i
b. 13 + 5 i
c. 14 - 5i
d. 3 - 2i
5. Какой латинской буквой обозначается мнимая единица?
a. F
b. a
c. i +
d. e
6. Из каких частей состоит любое комплексное число?
a. действительной и мнимой части
b. настоящей и обманчивой
c. реальной и ложной
d. фактической и условной
7. Чему равен модуль комплексного числа z = 5 - 3i?
a. √17
b. √6
c. √34
d. √22
8. Установите соответствие
Вычислите примеры и поставьте в соответствие ответ из второго столбца

1. $z_1+ z_2=(3+4i)+(7+5i)$	a.1 +2i
2. $z_1- z_2=(3+7i)-(2+5i)$	b. 10+9i
3. $z_1 \cdot z_2= (4 +2i) \cdot 5i$	c. -10+20 i

9. Какое число НЕ является мнимой единицей?
a. 4
b. 2i
c. 7i
d. i
10. Установите соответствие

1. $z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$	**a тригонометрическая форма**
2. $z = r \cdot e^{ig}$	**b алгебраическая форма**
3. $z =x+yi$	**c показательная форма**

Контролируемые компетенции: *ОК 03 , ОК 05, ОК 09*

Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	a	d	a	a	c	a	c	1b,2a,3c	a	1a,2c,3b

Критерии оценки:
«5» – от 86% до 100% правильных ответов.
«4» – от 76% до 85% правильных ответов.
«3» – от 61% до 75% правильных ответов.
«2» – менее 61% правильных ответов

Раздел 3. Основы дискретной математики
1.Даны два множества A = { 2, 3, 4, 5} и B = { 1, 3, 5, 7}. Найдите пересечение данных множеств.

a) (3, 5)
b) (8, 9)
c) (6, 9)

2. Что называется степенью вершины x графа G?
a) число, показывающее направление графа.
b) результат многократного умножения.
c) количество рёбер графа G, принадлежащих вершине x.

3. Даны два множества A = { 1, 3, 4} и B = { 2, 3, 5}. Найдите объединение данных множеств.
a) (1, 4, 5)
b) (1,2,3,4,5)
c) (4, 6, 8)

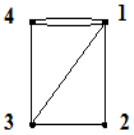
4. Что называется пересечением множеств?
a) это множество, которому принадлежат те и только те элементы, которые одновременно принадлежат всем данным множествам.
b) это множество, которое содержит все элементы исходных множеств.
c) это множество, в котором не существует ни одного элемента.

5. Дайте понятие графа как математического объекта.
a) совокупность двух множеств — множества вершин, и множества их парных связей, называемого множеством рёбер.
b) объект графической модели квадратичной функции.
c) геометрический образ функции.

6. Установите соответствие

1.Вершина, имеющая нулевую степень, является	a)висячей
2. Вершина, имеющая степень равную 1, является	b)изолированной

7. Определите степень вершины 3, для графа изображенного на рисунке. Запишите ответ __



8. Множество, не содержащее ни одного элемента, называется:
a) нулевым
b) конечным
c) пустым

9. При обозначении множеств используют:
a) только круглые скобки
b) только фигурные скобки
c) иногда круглые, иногда фигурные, иногда одновременно оба вида скобок

10. Множества обозначаются:
a) малыми латинскими буквами
b) большими латинскими буквами
c) кириллицей

Контролируемые компетенции: ОК 06, ОК 08

Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	a	c	b	a	a	1b,2a	3	c	b	b

Критерии оценки:
«5» – от 86% до 100% правильных ответов.
«4» – от 76% до 85% правильных ответов.

«3» – от 61% до 75% правильных ответов.
«2» – менее 61% правильных ответов

Раздел 4. Математический анализ

1.Чему равен интеграл $\int_1^3 2xdx$

а. 5
б. 8
в. -8

2. Вычислите производную функции y = 5x-7

а. 5
б. 2
в. -2

3. Уравнение, которое помимо функции содержит её производные:
а. дифференциальное уравнение
б. иррациональное уравнение
в. тригонометрическое уравнение

4. При решении дифференциальных уравнений ищется:
а. вектор
б. число (несколько чисел)
в. функция

5. Укажите правильный ответ $\int_0^2 dx$:

а.0
б.2
в. 4

6. Выберите методы приближенного вычисления определенного интеграла. (возможно несколько вариантов ответа)
а. метод прямоугольников
б. метод трапеций
в. метод ромбов

7. Установите соответствие

1. $1+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{4^3}+...$	**а.**гармонический ряд
2. $1+\frac{1}{18}+\frac{1}{18^2}+\frac{1}{18^3}+...=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{18}\right)^{n-1}$	**б.**ряд геометрической прогрессии
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...\frac{1}{n}+...$	**в.** обобщенно-гармонический ряд

8. Продолжите последовательность 1, 1, 2, 3, 5:
а. 8
б. 7
в.3

9. Угловая частота первой гармонии ряда Фурье вычисляется по формуле:

а. $a_0=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$; б. $b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega_1 t)dt$; в. $\omega_1=\frac{2\pi}{T}$.

10. Продолжите последовательность 5, 7, 12, 19, 31, 50:
а.81
б.61
в.91

Контролируемые компетенции: *ОК 01,ОК 02, ОК 04, ОК 07*

Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	б	а	а	в	б	а,б	1в,2б,3а	а	в	а

Критерии оценки:
«5» – от 86% до 100% правильных ответов.
«4» – от 76% до 85% правильных ответов.
«3» – от 61% до 75% правильных ответов.
«2» – менее 61% правильных ответов

Раздел 5. Основы теории вероятности и математической статистики

1.Сколькими способами можно составить список из 5 учеников?
a) 120
b) 15
c) 25
d) 5

2. Сколькими способами можно встать в очередь в библиотеку четырём студентам?
a) 14
b) 15
c) 24
d) 5

3. Вычислите 4! (где ! - это факториал)?
a)24
b) 10
c) 25
d) 4

4. Чему равна вероятность достоверного события ?
a) 0
b) 1
c) 12

5. Установите соответствие между основными понятиями комбинаторики:

1.перестановки.	**a.C**
2.размещения.	**b.P**
3.сочетания.	**c.A**

6. Установите соответствие:

1. факториал	**a.i**
2. первообразная.	**b.!**
3. мнимая единица.	**c.F(x)**

7. Найдите математическое ожидание дискретной случайной величины *X*, заданной законом распределения:

X	**3**	**4**
p	**0,4**	**0,6**

Ответ: M(x)=_____

8. Раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними:
a. теория случайных цифр
b. теория величин
c.теория вероятностей

9. По таблице значений функции

x	*0*	*1*	*2*
y	*3*	6	*8*

составлена таблица конечных разностей:

X	*Y*	Δy
0 *1* *2*	*3* *6* *8*	

Найдите Δy_0.

Ответ:_____

10. Дискретная случайной величины *X*, заданна законом распределения, найдите p_2:

X	*2*	*5*	*8*
p	*0.2*	p_2	*0.6*

Ответ:_____

Контролируемые компетенции: *ОК 03,ОК 05, ОК06, ОК09*

Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	a	c	a	b	1b,2a,3c	1b,2c,3a	3,6	c	3	0,2

Критерии оценки:

«5» – от 86% до 100% правильных ответов.

«4» – от 76% до 85% правильных ответов.

«3» – от 61% до 75% правильных ответов.

«2» – менее 61% правильных ответов

Таблица 3 - Форма информационной карты банка тестовых заданий

Наименование разделов	Всего ТЗ	Количество форм ТЗ				Контролируемые компетенции
		Открытого типа	Закрытого типа	На соответствие	Упорядочение	
Раздел 1. Элементы линейной алгебры	**13**	**1**	**7**	**2**	**-**	ОК 01,ОК 02, ОК04, ОК 7
Раздел 2 . Теория чисел	**10**	**-**	**8**	**2**	**-**	ОК 03, ОК05, ОК09
Раздел3. Основы дискретной математики	**10**	**1**	**8**	**1**	**-**	ОК 06, ОК 08
Раздел 4. Математический анализ	**10**	**-**	**9**	**1**	**-**	ОК 01,ОК 02, ОК04, ОК 07
Раздел 5. Основы теории вероятности и математической статистики	**10**	**3**	**5**	**2**	**-**	ОК 03,ОК 05, ОК 06, ОК 09

4.6 Практические работы

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Практическое занятие №1

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, по формулам Крамера.

Цель: Отработать технику решения систем линейных уравнений тремя методами.

Практическая часть

Задание .

Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} x+y-2z=-2 \\ 2x-y+3z=13 \\ 3x+2y-z=5 \end{cases}$: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера.

Контрольные вопросы для защиты:

1. Что представляет собой матрица и определитель?
2. Какие действия выполнимы над матрицами?
3. Перечислите основные свойства определителя.
4. Опишите метод Гаусса для решении СЛУ.
5. В чём заключается метод Крамера для решения СЛУ?

Ответы и комментарии:

►а) Найдем решение данной системы уравнений методом Гаусса. Для этого выпишем ее расширенную матрицу:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ 3 & 2 & -1 & 5 \end{array}\right).$$

Далее с помощью элементарных преобразований приведем ее к ступенчатому виду («прямой ход»):

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ 3 & 2 & -1 & 5 \end{array}\right) \cdot(-2)\cdot(-3) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & 7 & 17 \\ 0 & -1 & 5 & 11 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 5 & 11 \\ 0 & -3 & 7 & 17 \end{array}\right) \cdot(-3) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 5 & 11 \\ 0 & 0 & -8 & -16 \end{array}\right).$$

Эта матрица уже имеет ступенчатый вид, поэтому можно перейти к системе, эквивалентной данной. Выпишем соответствующую этой матрице систему («обратный ход»):

$$\begin{cases} x+y-2z=-2 \\ -y+5z=11 \\ -8z=-16 \end{cases}.$$

Из последнего равенства находим значение z и подставляем его в первое и второе уравнения:

$$\begin{cases} x+y-4=-2 \\ -y+10=11 \\ z=2 \end{cases}.$$

Затем находим неизвестные y и x. Окончательно получаем:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Сделаем проверку. Для этого подставим в исходную систему уравнений найденные значения неизвестных:

$$\begin{cases} 3+(-1)-2\cdot 2=-2 \\ 2\cdot 3-(-1)+3\cdot 2=13 \\ 3\cdot 3+2\cdot(-1)-2=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -2=-2 \\ 13=13 \\ 5=5 \end{cases}.$$

Следовательно, $(3;-1;2)$ – решение системы уравнений.

б) Решим эту же систему по формулам Крамера. Вычислим главный определитель системы из коэффициентов при неизвестных:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1\cdot(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - 2\cdot(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 1\cdot(1-6)-1\cdot(-2-9)-2\cdot(4+3) = -5+11-14 = -8.$$

$\Delta = -8$

Так как определитель $\Delta = -8 \neq 0$, то система имеет единственное решение.

Составляем три вспомогательных определителя $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$, которые получаются из главного определителя путем замены в нем столбцов коэффициентов при неизвестных столбцом свободных членов:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 13 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -2\cdot\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} 13 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} + (-2)\cdot\begin{vmatrix} 13 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -2\cdot(1-6)-(-13-15)-2\cdot(26-(-5)) = 10+28-62 = -24.$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & 13 & 3 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} 13 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} - (-2)\cdot\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + (-2)\cdot\begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= (-13-15)+2\cdot(-2-9)-2\cdot(10-39) = -28-22+58 = 8.$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 13 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} -1 & 13 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + (-2)\cdot\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-5-26)-(10-39)-2\cdot(4+3) = -31+29-14 = -16.$$

Находим значения неизвестных по формулам Крамера:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-24}{-8} = 3;\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{8}{-8} = -1;\ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-16}{-8} = 2.$$

Ответ: $(3;-1;2)$.◄

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Раздел 2. Теория чисел

Практическое занятие № 2

Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Цель: Отработать технику действий над комплексными числами в различных формах.

Практическая часть

Задание. *Выполнить действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Изобразить эти числа на комплексной плоскости.*

Даны числа $z_1 = -1 + i$ и $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$.

а) Изобразить числа z_1 и z_2 на комплексной плоскости;

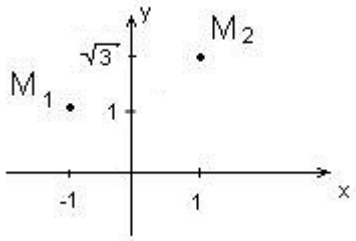
б) Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$;

Контрольные вопросы для защиты:

1. Что представляет собой число *i*?
2. Какое число называют комплексным?
3. Как найти модуль комплексного числа?
4. Как найти аргумент комплексного числа?
5. Какие комплексные числа называются сопряженными?
6. Какие существуют формы комплексных чисел?

Ответы и комментарии:

►**а)** Изобразим числа на комплексной плоскости. При этом числу $z_1 = -1 + i$ будет соответствовать точка $M_1(-1; 1)$, числу $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ - точка $M_2(1; \sqrt{3})$.



б) $z_1 + z_2 = -1 + i + 1 + \sqrt{3}i = (-1+1) + (i + \sqrt{3}i) = (1 + \sqrt{3})i$;

$z_1 - z_2 = -1 + i - (1 + \sqrt{3}i) = -1 + i - 1 - \sqrt{3}i = (-1-1) + (i - \sqrt{3}i) = -2 + (1 - \sqrt{3})i$;

$z_1 \cdot z_2 = (-1+i) \cdot (1 + \sqrt{3}i) = -1 - \sqrt{3}i + i + \sqrt{3}i^2 = [i^2 = -1] = -1 - \sqrt{3}i + i - \sqrt{3} = -1 - \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})i$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{-1+i}{1+\sqrt{3}i} = \frac{(-1+i)}{(1+\sqrt{3}i)} \cdot \frac{(1-\sqrt{3}i)}{(1-\sqrt{3}i)} = \frac{-1+\sqrt{3}i+i-\sqrt{3}i^2}{1^2-(\sqrt{3}i)^2} = \frac{-1+\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i}{4} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{4} + \frac{(1+\sqrt{3})}{4}i.$$

Контролируемые компетенции: ОК 03, ОК 05,ОК 09

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №3

Показательная и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической и показательной формах. Решение профессиональных задач методом комплексных чисел.

Цель: Отработать технику действий над комплексными числами в различных формах.

Практическая часть

Задание. *Выполнить действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической и показательной формах. Решить задачу о нахождении комплексного и полного сопротивления цепи, методом комплексных чисел.*

1. Даны числа $z_1 = -1 + i$ и $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$.

а) Найти модуль и аргумент чисел z_1 и z_2.

б) Представить числа в тригонометрической и показательной форме, найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^4, $\sqrt{z_2}$.

2. Найдите комплексное и и полное сопротивление цепи, если даны комплекс напряжения *U*=16,5+40j и тока *I*=50+3j. Запишите уравнение тока.

Контрольные вопросы для защиты:

1. Какое число называют комплексным?
2. Как найти модуль комплексного числа?
3. Как найти аргумент комплексного числа?
4. Какие существуют формы комплексных чисел?
5. Какой способ применяют для нахождения комплексного и полного сопротивления цепи?

Ответы и комментарии:

1а) Для нахождения модуля и аргумента заданных чисел воспользуемся формулами:

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ и } \varphi = \arg z = \begin{cases} \operatorname{arctg}\frac{y}{x}, & \text{при } x > 0, \\ \operatorname{arctg}\frac{y}{x} + \pi, & \text{при } x < 0,\ y > 0, \\ \operatorname{arctg}\frac{y}{x} - \pi, & \text{при } x < 0,\ y < 0. \end{cases}$$

Получим:

$$r_1 = |z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2},\ \varphi_1 = \arg z_1 = arctg\frac{1}{-1} + \pi = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4},$$

$$r_2 = |z_2| = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = 2,\ \varphi_2 = \arg z_2 = arctg\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\pi}{3}.$$

1б) Чтобы перейти от алгебраической формы записи комплексного числа к тригонометрической и показательной применим формулы:

$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ и $z = re^{i\varphi}$.

Используя, ранее полученные результаты, получим:

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right),\ z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}},\ z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right),\ z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}.$$

$$z_1 z_2 = r_1 r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)) = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2} \cdot 2\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2\cdot\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)\right) = 2\cdot\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{13\pi}{12}}.$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2)+i(\sin(\varphi_1-\varphi_2)) = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1-\varphi_2)},\ (z_2 \neq 0),$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot e^{i\frac{5\pi}{12}}.$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi) = r^n e^{in\varphi} - \text{формула Муавра},$$

$$z_1^4 = (\sqrt{2})^4\left(\cos\left(4\cdot\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(4\cdot\frac{3\pi}{4}\right)\right) = 4(\cos(3\pi)+i\sin(3\pi)) = 4(\cos\pi+i\sin\pi) = 4\cdot e^{i\pi} = -4$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right) = \sqrt[n]{r}e^{i(\varphi+2\pi k)/n},\ k=\overline{0,n-1},\ n>1,\ n\in Z,$$

$$\sqrt{z_2} = \sqrt{2}\cdot\left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi k}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi k}{2}\right)\right),\ \text{где}\ k=\overline{0,1}.$$

$$z^0 = \sqrt{2}\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \sqrt{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

$$z^1 = \sqrt{2}\cdot\left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi}{2}\right)\right) = \sqrt{2}\cdot\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) = -\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i \blacktriangleleft$$

2. Решение:

$$\triangleright\ \dot{U} = 16,5+40j \Rightarrow U = \sqrt{16,5^2+40^2} = 45,27B, \psi_1 = \operatorname{arctg}\frac{40}{16,5} = 67°35' \Rightarrow$$

$$\dot{U} = 45,27\cdot e^{j67°35'};$$

$$\dot{I} = 50+3j \Rightarrow I = \sqrt{50^2+3^2} = 50A, \psi_2 = \operatorname{arctg}\frac{3}{50} = 3°26' \Rightarrow \dot{I} = 50\cdot e^{j3°26'}.$$

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{45,27\cdot e^{j67°35'}}{50\cdot e^{j3°26'}} = 0,905\cdot e^{j(67°35'-3°26')} = 0,905\cdot e^{j64°}$$

- комплексное сопротивление.

$$z = \frac{U}{I} = \frac{45,27}{50} = 0,905$$ - полное сопротивление.

Для того чтобы написать уравнение, надо знать амплитуду и начальный фазовый угол, т.е. модуль - действующее значение и аргумент - начальный фазовый угол заданного комплекса тока:

$$\dot{I} = 50+3j \Rightarrow I = 50A, \psi_2 = 3°24',$$

$$I_M = I\cdot\sqrt{2} = 50\sqrt{2} = 70A, i = I_M\cdot\sin(\omega t+\psi) = 70\cdot\sin(\omega t+3°24'). \triangleleft \blacktriangleleft$$

Контролируемые компетенции: ОК 03, ОК 05, ОК 09

Критерии оценки:

1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Раздел 3.Основы дискретной математики

Практическое занятие №4

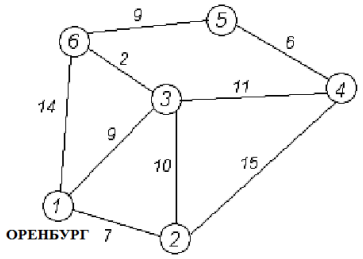
Построение графа по условию ситуационных задач.

Цель: Отработать метод Дейкстры, показать построение графа по условию ситуационных задач.

Практическая часть

Задание. *Решить задачу о нахождении кратчайшего пути методом Дейкстры.*

Дана сеть автомобильных дорог, соединяющих населенные пункты Оренбургской области. Найти кратчайшие пути от города Оренбурга (1) до каждого населенного пункта области (если двигаться можно только по дорогам).

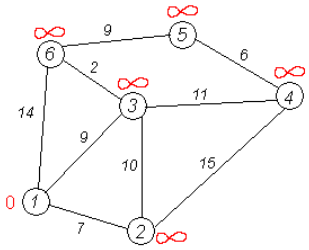


Контрольные вопросы для защиты

1. Дать определение графа.
2. Какие детали при изображении графа не важны?
3. Что называется маршрутом, цепью, циклом?
4. В чём заключается алгоритм метода Дейкстры?

Ответы и комментарии:

►Кружками обозначены вершины, линиями – пути между ними (ребра графа). В кружках обозначены номера вершин, над ребрами обозначена их «цена» - длина пути. Рядом с каждой вершиной обозначена метка – длина кратчайшего пути в эту вершину из вершины 1.

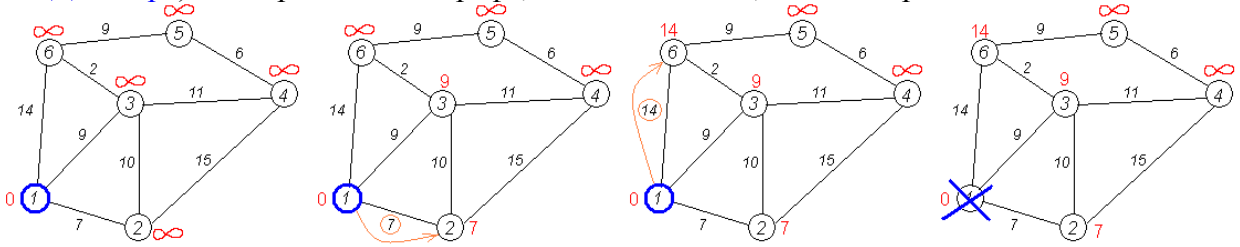


Первый шаг. Рассмотрим шаг алгоритма Дейкстры для нашего примера. Минимальную метку имеет вершина 1. Её соседями являются вершины 2, 3 и 6.

Первый по очереди сосед вершины 1 – вершина 2, потому что длина пути до неё минимальна. Длина пути в неё через вершину 1 равна сумме кратчайшего расстояния до вершины 1, значению её метки, и длины ребра, идущего из 1-й в 2-ю, то есть 0 + 7 = 7. Это меньше текущей метки вершины 2, бесконечности, поэтому новая метка 2-й вершины равна 7.

Аналогичную операцию проделываем с двумя другими соседями 1-й вершины – 3-й и 6-й.

Все соседи вершины 1 проверены. Текущее минимальное расстояние до вершины 1 считается окончательным и пересмотру не подлежит (то, что это действительно так, впервые доказал Э. Дейкстра). Вычеркнем её из графа, чтобы отметить, что эта вершина посещена.

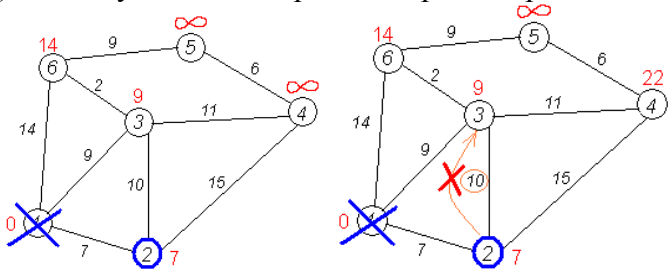


Второй шаг. Шаг алгоритма повторяется. Снова находим «ближайшую» из непосещенных вершин. Это вершина 2 с меткой 7.

Снова пытаемся уменьшить метки соседей выбранной вершины, пытаясь пройти в них через 2-ю вершину. Соседями вершины 2 являются вершины 1, 3 и 4.

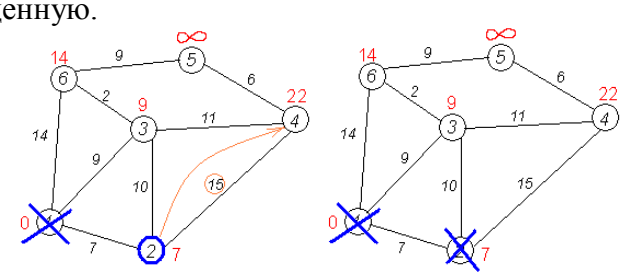
Первый (по порядку) сосед вершины 2 – вершина 1. Но она уже посещена, поэтому с 1-й вершиной ничего не делаем.

Следующий сосед вершины 2 – вершина 3, так как имеет минимальную метку из вершин, отмеченных как не посещённые. Если идти в неё через 2, то длина такого пути будет равна 17 (7 + 10 = 17). Но текущая метка третьей вершины равна 9<17, поэтому метка не меняется.

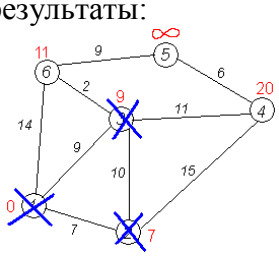


Ещё один сосед вершины 2 – вершина 4. Если идти в неё через 2-ю, то длина такого пути будет равна сумме кратчайшего расстояния до 2-й вершины и расстояния между вершинами 2 и 4, то есть 22 (7 + 15 = 22). Поскольку 22<∞, устанавливаем метку вершины 4 равной 22.

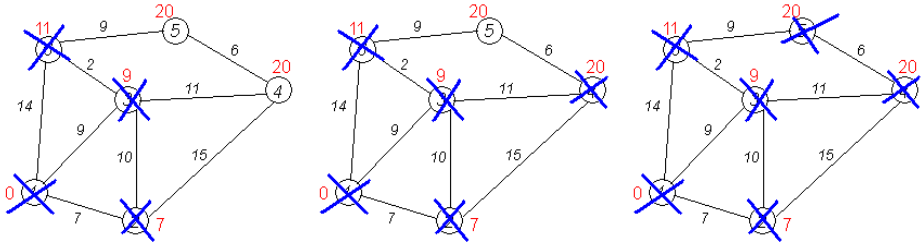
Все соседи вершины 2 просмотрены, замораживаем расстояние до неё и помечаем её как посещенную.



Третий шаг. Повторяем шаг алгоритма, выбрав вершину 3. После её «обработки» получим такие результаты:



Дальнейшие шаги. Повторяем шаг алгоритма для оставшихся вершин. Это будут вершины 6, 4 и 5, соответственно порядку



Завершение выполнения алгоритма. Алгоритм заканчивает работу, когда нельзя больше обработать ни одной вершины. В данном примере все вершины зачеркнуты, однако ошибочно полагать, что так будет в любом примере - некоторые вершины могут остаться незачеркнутыми, если до них нельзя добраться. Результат работы алгоритма виден на последнем рисунке: d(1;2)=7, d(1;3)=9, d(1;4)=20, d(1;5)=20, d(1;6)=11.

Контролируемые компетенции: ОК 06, ОК 08

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.

3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Раздел 4. Математический анализ

Практическое занятие №5

Определение максимума мощности в цепи постоянного тока с применением производной.

Цель: Исследовать зависимость мощности в цепи постоянного тока с применением производной.

Практическая часть

Задание. Решить задачи на нахождение мощности с применением различных формул. Определить максимума мощности в цепи постоянного тока с применением производной.

1. Какая мощность выделяется на проводнике, если через него течет ток 5 А, а напряжение на его концах 80В.

2. Какую мощность потребляет лампочка, если при напряжении 14В сопротивление спирали лампочки 8 Ом.

3.В электроплитке с сопротивлением 80 Ом течет ток 4А. Какова мощность электроплиты?

4. Полезная мощность, выделяемая во внешней части цепи, достигает наибольшего значения 5Вт при силе тока 5А. Найти внутреннее сопротивление и э. д. с. источника тока.

Контрольные вопросы для защиты:

1.Что называют работой и мощностью постоянного тока?

2.Дайте определение производной.

3.Как определить внутреннее сопротивление и э. д. с. источника тока?

Ответы и комментарии:

1. По закону Джоуля – Ленца, полезная мощность, выделяемая во внешней части цепи с сопротивлением R: $P = I^2R$ (1)

Учитывая, что, по закону Ома для замкнутой цепи, сила тока: $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$

Перепишем выражение (1): $P = \mathcal{E}^2 R/(R+r)^2$ (2)

Мощность, выделяемая во внешней части цепи, максимальна $(P_{пол} = P_{макс})$ при выполнении условия: $(P_{пол})'_R = 0$

Дифференцированием уравнения (2) находим внешнее сопротивление $R_{макс}$, при котором мощность максимальна:

$$(P_{пол})'_R = \frac{\varepsilon^2(R+r)^2 - \varepsilon^2 R \cdot 2(R+r)}{(R+r)^4} = 0$$

$$(R+r)^2 - 2R(R+r) = 0;\ (R+r)(R+r-2R) = 0;$$

$$R + r - 2R = 0;\ R = R_{макс} = r.$$

Подставим $R_{макс}$ в уравнения (1) и (2): $P_{макс} = I^2_{макс} r$, откуда

$$r = P_{макс}/I^2_{макс};\ r = (5/5^2)Ом = 0{,}2Ом.$$

Тогда

$P_{макс} = \mathcal{E}^2 r/(4r^2) = \mathcal{E}^2/(4r)$, откуда

$$\mathcal{E} = \sqrt{4rP_{макс}} = \sqrt{\frac{4P_{макс}}{I^2_{макс}}} = 2\frac{P_{макс}}{I_{макс}};\ \mathcal{E} = 2\frac{5}{5}В = 2В.$$

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:

1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №6

Вычисление площадей и объемов с применением определенного интеграла.

Цель: Отработать технику интегрирования и показать различные приложения интегрального исчисления.

Практическая часть

Задание.

1.Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - \frac{x^2}{2} + 6$ и прямой $y = x + 2$.

2. Вычислить объем тела, образованным вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной ветвью параболы $x = \sqrt{y}$ и отрезком $1 \le y \le 4$

Контрольные вопросы для защиты:

1.Дайте определение определенного интеграла.

2.В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

3.Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?

4.Приведите приметы физических и технических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла.

Ответы и комментарии:

Решение.

1.Площадь фигуры, ограниченная сверху непрерывной кривой $y = f(x)$, снизу – непрерывной кривой $y = \varphi(x)$, слева – прямой $x = a$ и справа прямой $x = b$, вычисляется по формуле $S = \int_a^b [f(x) - \varphi(x)]dx$.

В тех случаях, когда заданные кривые образуют замкнутую область, и прямые $x = a$ и $x = b$ не заданы, то числа a и b совпадают с абсциссами точек пересечения кривых. Найдём точки пересечения заданных линий. Для этого решим совместно систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 2x - \frac{x^2}{2} + 6 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow x + 2 = 2x - \frac{x^2}{2} + 6.$$

$$x + 2 = 2x - \frac{x^2}{2} + 6 \;\Big|\cdot 2,$$

$$2x + 4 = 4x - x^2 + 12, \quad x^2 - 2x - 8 = 0.$$

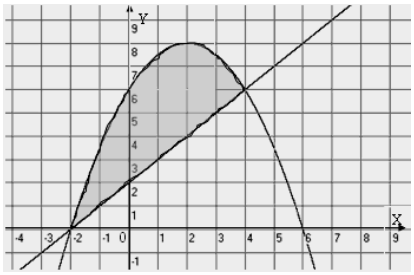
Получим $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$; следовательно, $a = -2$ и $b = 4$.

Парабола и прямая пересекаются в точках $A(-2;0)$ и $B(4;6)$. Для построения прямой достаточно двух найденных точек, но для параболы этих данных недостаточно. Поэтому найдем дополнительные точки: а) вершина параболы $y = ax^2 + bx + c$ расположена в точке с координатами $\left(-\frac{b}{2a}; y\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$; в данной задаче парабола $y = -\frac{x^2}{2} + 2x + 6$ $\left(a = -\frac{1}{2},\ b = 2\right)$ имеет вершину в точке $(2;\ y(2))$, т.е. $(2;8)$.

б) Так как $a = -\frac{1}{2} < 0$, следовательно, ветви параболы направлены вниз, и она пересекает ось абсцисс. Найдём точки пересечения с осью *Ox*:

$$y = 0, \quad \Rightarrow \quad -\frac{x^2}{2} + 2x + 6 = 0,\ D = 2^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 6 = 16,$$

$$x_1=\frac{-2+4}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{2}{-1}=-2,\ x_2=\frac{-2-4}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-6}{-1}=6\cdot$$



Следовательно, парабола пересекает осьOx в точках с координатами $(-2;0)$ и $(6;0)$ (рис. 1).

Применяя $S=\int_a^b[f(x)-\varphi(x)]dx$, получим:

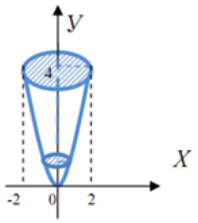
$$S=\int_{-2}^{4}\left(\left(2x-\frac{x^2}{2}+6\right)-(x+2)\right)dx=\int_{-2}^{4}\left(-\frac{x^2}{2}+x+4\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+4x\right)\Big|_{-2}^{4}=$$

$$8-\frac{64}{6}+16-2-\frac{8}{6}+8=30-12=18.$$

Ответ: $S=18$ кв. ед

2. Решение:

y=1, y=4 – границы тела вращения; выполняем рисунок



вычислить объем: $V=\pi\int_1^4(\sqrt{y})^2dy=\frac{\pi}{2}y^2\Big|_1^4=\frac{\pi}{2}(16-1)=\frac{15\pi}{2}$

Ответ: $\frac{15\pi}{2}$

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №7

Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка

Цель: Научиться решать дифференциальные уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения второго порядка.

Практическая часть

Задание.

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{3y^2+1}.$$

2. Найдите общее решение однородных дифференциальных уравнений.
а) $y''+2y'-3y=0$; б) $y''+6y'+9y=0$; в) $y''-4y'+13y=0$.

Контрольные вопросы для защиты:

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим?
4. Какое решение дифференциального уравнения называется частным?
5. Что называется дифференциальным уравнением первого порядка?
6. Что называется дифференциальным уравнением второго порядка?

Ответы и комментарии:

1.Решение:

►Разделяем переменные: $(3y^2+1)dy=2xdx$. Интегрируем: $\int(3y^2+1)dy=\int 2xdx+C$, или $y^3+y-x^2=C$ - общий интеграл уравнения.◄

2.Решение:

►а) $y''+2y'-3y=0$

Характеристическое уравнение $k^2+2k-3=0$ имеет корни $k_1=-3$ и $k_2=1$. Следовательно, $y_0=C_1e^{k_1x}+C_2e^{k_2x}=C_1e^{-3x}+C_2e^{x}$.

б) $y''+6y'+9y=0$

Характеристическое уравнение $k^2+6k+9=0$ имеет корни $k_1=k_2=k=-3$. Следовательно, $y_0=e^{kx}(C_1+C_2\cdot x)=e^{-3x}(C_1+C_2\cdot x)$;

в) $y''-4y'+13y=0$

Характеристическое уравнение $k^2-4k+13=0$ имеет корни $k_1=\alpha+\beta i=2+3i$ и $k_2=\alpha-\beta i=2-3i$. Следовательно,

$y_0=e^{\alpha x}(C_1\cdot\sin\beta x+C_2\cdot\cos\beta x)=e^{2x}(C_1\cdot\sin 3x+C_2\cdot\cos 3x)$.◄

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие № 8

Вычисление интегралов методами прямоугольников, трапеций и парабол.

Цель: Приобрести навык при приближенном вычислении определенных интегралов методами: прямоугольника, параболы, трапеции

Практическая часть

Задание. Вычислить 3 способами (методами прямоугольников, трапеций и парабол) определенный интеграл $\int_0^4 x^2\,dx$, разделив промежуток интегрирования на 10 равных частей. Вычислить погрешность приближения.

Контрольные вопросы для защиты:

1. Что называется абсолютной погрешностью и запишите формулу?
2. Что называется относительной погрешностью и запишите формулу?
3. Что такое определенный интеграл?

4. Объясните суть понятия численное интегрирование и укажите в каких случаях прибегают к численному интегрированию?
5. Назовите методы численного интегрирования..
6. Записать формулу вычисления интеграла методом прямоугольника

Ответы и комментарии:

Решение а) методом трапеций

Здесь *n=10;* тогда $\Delta x = (b-a)/n = 0.4$. Точками деления являются: $x_0 = 0;\ x_1 = 0.4;$ $x_2 = 0{,}8;\ x_3 = 1{,}2;\ x_4 = 1{,}6;\ x_5 = 2;\ x_6 = 2{,}4;\ x_7 = 2{,}8;\ x_8 = 3{,}2;\ x_9 = 3{,}6;\ x_{10} = 4$.

Найдем значения функции в точках деления: $y_0 = 0;\ y_1 = 0{,}16;\ y_2 = 0{,}64;\ y_3 = 1{,}44;$ $y_4 = 2{,}56;\ y_5 = 4;\ y_6 = 5{,}76;\ y_7 = 7{,}84;\ y_8 = 10{,}24;\ y_9 = 12{,}96;\ y_{10} = 16;$

Используя формулу, получим:

$$\int_0^4 x^2\,dx \approx 0{,}4\left(\frac{0+16}{2} + 0.16 + 0.64 + 1.44 + 2.56 + 4.0 + 5.76 + 7.84 + 10.24 + 12.96\right) = 21.44$$

Точное значение интеграла определяем по формуле Ньютона-Лейбница:

$$\int_0^4 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^4 = \frac{64}{3} = 21.33$$

Найдем относительную погрешность приближенного вычисления:

$$\delta = \frac{21.44 - 21.33}{21.44} \cdot 100\% \approx 0.5\%$$

б) по формуле Симпсона

Разобьем отрезок интегрирования на 10 равных частей. Тогда $(b-a)/3n = 3/30 = 1/10 = 0.1$. Подставляя в подынтегральную функцию $y = x^2$ значения аргумента $x_0 = 1,\ x_1 = 1{,}3;\ x_3 = 1{,}6;\ldots\ x_{10} = 4,$ найдем соответствующие значения ординат:

$y_0 = 1,\ y_1 = 1{,}69;\ y_2 = 2{,}56;\ y_3 = 3{,}61;\ y_4 = 4{,}84;\ y_5 = 6{,}25;\ y_6 = 7{,}84;\ y_7 = 9{,}61;\ y_8 = 11{,}56;$ $y_9 = 13{,}69;\ y_{10} = 16.$

Применяя формулу Симпсона, получим:

$$\int_1^4 x^2\,dx = 0.1((1+16) + 2(2.56 + 4.84 + 7.84 + 11.56) + 4(1.69 + 3.61 + 6.25 + 9.61 + 13.69)) = 21$$

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №9

Решение задач на нахождение по таблично заданной функции, функции, заданной аналитически. Исследование свойств этой функции.

Цель: Приобрести навыки решать задачи на нахождение по таблично заданной функции (при n = 2) функции, заданной аналитически.

Практическая часть

Задание. Для функции, заданной таблично, найти аналитическое выражение функции. Исследовать свойства этой функции.

x	1	2	3	4	5
y	18	42	78	126	186

Контрольные вопросы для защиты:

1. Записать формулу приближенного дифференцирования, основанную на первой интерполяционной формуле Ньютона.
2. Записать формулу шага интерполяции
3. Записать формулу первой конечной разности
4. Записать формулу второй конечной разности
5. Записать формулу третьей конечной разности

Ответы и комментарии:

Решение:

1)Составим таблицу конечных разностей для заданной функции (для этого вычислим конечные разности)

i	x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0	1	18	24	12	0
1	2	42	36	12	0
2	3	78	48	12	
3	4	126	60		
4	5	186			

В данном примере конечные разности третьего порядка равны нулю, а все конечные разности второго порядка равны 12. Это говорит о том, что функцию, заданную таблично, можно представить многочленом второй степени.

Используя данные последней таблицы и интерполяционную формулу Ньютона с учетом $h = x_{i+1} - x_i = 1,\ q = \dfrac{x - x_0}{h} = \dfrac{x-1}{1}$ получаем:

$$y = P_n(x) = 18 + (x-1)\cdot 24 + \frac{(x-1)(x-2)}{2!}\cdot 12 + \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{3!}\cdot 0$$

$$y = P_2(x) = 18 + (x-1)\cdot 24 + \frac{(x-1)(x-2)}{2}\cdot 12$$

$$\Rightarrow y = f(x) = 6x^2 + 6x + 6$$

2) Исследуем свойства функции $f(x) = 6x^2 + 6x + 6$:

а) $D(f) = R$;

б) $E(f) = [4{,}5; +\infty)$;

в) функция не является ни четной, ни нечетной, т.е. общего вида;

г) нулей функции нет (т.к. в уравнении $6x^2 + 6x + 6 = 0,\ D < 0$, следовательно, оно не имеет корней);

д) исследуем функцию на монотонность:

$$f'(x) = \left(6x^2 + 6x + 6\right)' = 12x + 6$$

$$f'(x) = 0, \Rightarrow \quad 12x + 6 = 0$$

$$x = -0{,}5$$

x	$(-\infty;-0{,}5)$	-0,5	$(-0{,}5;-\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	убывает		возрастает

при $x \in (-\infty;-0{,}5)$ - функция убывает, при $x \in (-0{,}5;-\infty)$ - функция возрастает;

е) $f(x) > 0$ при любом x;

ж)функция непрерывна.

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №10

Метод Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Цель: Отработать технику решения дифференциальных уравнений методом Эйлера.

Практическая часть

Задание. Решить задачу Коши для дифференциального решения $y' = y^2 - x$, $y(1) = 0$ на отрезке [1, 3] методом Эйлера с шагом $h = 0{,}2$. Изобразить решение графически.

Контрольные вопросы для защиты:

1.В чем состоит суть приближенного интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка по методу Эйлера?

2.В каких случаях применяется способ Эйлера.

Ответы и комментарии:

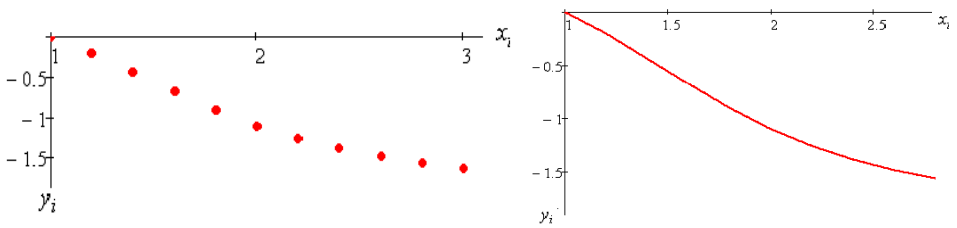
Решение:

►Вычисления с шагом $h = 0.2$:

$$x_0 = 1,\ y_0 = 1,\ i = 0, 2, \ldots, 9,\ x_{i+1} = 1. + 0.2(i+1), y_{i+1} = y_i + 0.2 \cdot \left(y_i^2 - x_i\right)$$

Ниже приведены: таблица значений приближённого решения в узлах равномерной сетки с шагом $h = 0.2$, график приближённого решения и ломаная Эйлера.

x_i	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y_i	0	-0.2	-0.432	-0.675	-0.904	-1.1	-1.258	-1.382	-1.48	-1.562	-1.634



Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №11

Сумма ряда. Признак Даламбера.

Цель: Отработать технику исследования рядов на сходимость и нахождение суммы ряда

Практическая часть

Задание 1. Показать, что ряд сходится и найти его сумму $1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \ldots$

2. Исследовать ряды на сходимость по признаку Даламбера: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{8^n}$

Контрольные вопросы для защиты:

1.Определение числового ряда и его сходимости.
2. Исследование на сходимость геометрической прогрессии.
3.«Эталонные» ряды.
4. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда.
5. Критерии сходимости положительных рядов. Признак Даламбера.
6. Знакочередующиеся ряды. Признак сходимости Лейбница.

Ответы и комментарии:

.Решение:

1.►Это ряд геометрической прогрессии. Для данного ряда $a=1,\ q=\frac{1}{18}<1$, следовательно, ряд сходится и сумма ряда равна $S=\frac{1}{1-\frac{1}{18}}=\frac{1}{\frac{18}{18}-\frac{1}{18}}=\frac{1}{\frac{17}{18}}=\frac{18}{17}=1\frac{1}{17}$ ◄

2. ►Применим признак сходимости Даламбера. Сначала запишем формулы для n-го и $(n+1)$-го членов ряда:, $a_n=\frac{n^3}{8^n},\ a_{n+1}=\frac{(n+1)^3}{8^{n+1}}$.

$D=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{(n+1)^3}{8^{n+1}}:\frac{n^3}{8^n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{(n+1)^3}{8^n\cdot 8}\cdot\frac{8^n}{n^3}\right)=\frac{1}{8}<1$, следовательно, ряд сходится по признаку Даламбера. ◄

Контролируемые компетенции: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №12

Расчет электрических цепей несинусоидальных периодических токов с применением рядов Фурье.

Цель: Научиться выполнять расчёт электрических цепей несинусоидальных периодических токов с применением рядов Фурье.

Практическая часть

Задание. Для функции y= f(x) найти коэффициенты a_n и b_n ряда Фурье**,** на интервале 2π.

Контрольные вопросы для защиты:

1.Тригонометрическая форма ряда Фурье?
2.Приведите примеры применения рядов Фурье для решения прикладных задач.
3.Запишите формулу по котором находится коэффициенты a_n и b_n

Контролируемые компетенции: ОК01, ОК 02, ОК0 4, ОК 07

Критерии оценки:
1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Раздел 5. Основы теории вероятности и математической статистики

Практическое занятие №13

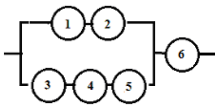
Применение теории вероятности при решении профессиональных задач

Цель: Отработать умение использования основных формул комбинаторики и теории вероятностей.

Практическая часть

Задание. 1. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?

2. Определить вероятность надежной работы технического устройства, структурная схема надежности которого изображена на рисунке, если известно, что элементы отказывают независимо друг от друга и вероятность надежности каждого равна 0,9.



3. Три вагоностроительных завода выпускают одинаковые изделия, причем первый завод производит 50%, второй - 20%, а третий - 30% всей продукции. Первый завод выпускает 1% брака, второй завод - 2% и третий - 3%. Наудачу отобранный вагон оказался с браком. Найти вероятность того, что вагон произведен вторым заводом.

Контрольные вопросы для защиты:

1.Что называется *n*-факториалом?
2. Перечислите основные задачи комбинаторики
3.Что называется перестановками?
4. Запишите формулу для числа перестановок из *m* элементов.
5. Что называется сочетаниями?
6. Запишите формулу для числа сочетаний из *m* элементов по *n.*
7. Запишите формулу числа размещений из *m* элементов по *n*

Ответы и комментарии:

Решение:

1. ► Имеем $n = 6,\ m = 2\ ;\ A_6^2 = \dfrac{6!}{(6-2)!} = \dfrac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 = 30$. Таким образом, можно составить 30 сигналов. ◄

2. ►Надежность системы первой цепочки, как последовательно соединенных элементов 1 и 2:

$$W_1 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81.$$

Надежность системы второй цепочки, как последовательно соединенных элементов 3, 4 и 5:

$$W_2 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}729$$

Надежность блока системы, как системы из параллельно соединенных элементов W_1 и W_2:

$$W_3 = 1 - (1 - 0{,}81) \cdot (1 - 0{,}729) = 1 - 0{,}19 \cdot 0{,}271 = 1 - 0{,}05149 = 0{,}94851.$$

Надежность всей системы, как системы из последовательно соединённых элементов W_3 и 6:

$W_4 = 0{,}94851 \cdot 0{,}9 = 0{,}853659$.◄

3. ►Обозначим:

A = {отобранный вагон оказался с браком},
B_1 = {вагон произведен на первом заводе),
B_2 = { вагон произведен на втором заводе},
B_3 = { вагон произведен на третьем заводе}.

$$P(B_1) = 0{,}5,\ P(B_2) = 0{,}2,\ P(B_3) = 0{,}3.$$

A/B_1 = {вагон, изготовленный на первом заводе, оказался с браком),
A/B_2 = { вагон, изготовленный на втором заводе, оказался с браком},
A/B_3= { вагон, изготовленный на третьем заводе, оказался с браком}.

$$P(A/B_1) = 0{,}01,\ P(A/B_2) = 0{,}02,\ P(A/B_3) = 0{,}03.$$

Тогда

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) + P(B_3) \cdot P(A/B_3) =$$
$$= 0{,}5 \cdot 0{,}01 + 0{,}2 \cdot 0{,}02 + 0{,}3 \cdot 0{,}03 = 0{,}005 + 0{,}004 + 0{,}009 = 0{,}018.$$

Следовательно, вероятность события, состоящего в том, что отобранный вагон с браком

равна 0,018.

Вероятность того, что деталь, проработавшая положенное время, взята из второй партии, определим по формуле Байеса.

$$P(B_2 / A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A/B_2)}{P(A)} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}02}{0{,}018} = \frac{0{,}004}{0{,}018} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}.$$

Таким образом, вероятность того, что вагон с браком изготовлен на втором заводе, равна $\frac{2}{9}$.◄

Контролируемые компетенции: ОК 03, ОК 05, ОК 06, ОК 09

Практическое занятие №14

Построение рядов распределения случайной величины.

Цель: Отработать технику построения рядов распределения случайной величины.

Практическая часть

Задание. На станции находится 5 человек. Вероятность того, что человек, находящейся на перроне станции, ожидает электричку равна 0,5. Составить закон распределения случайной величины X — количества людей, ожидающих электричку на перроне.

Контрольные вопросы для защиты:

1.Какая величина называется случайной?
2.Какая случайная величина называется дискретной?
3.Опишите схему Бернулли. Какие элементарные события повторяются в этих опытах?
4.Запишите формулу Бернулли.
5.Из урны, в которой находятся 6 белых и 9 черных шаров, извлекают шар, фиксируют его цвет, после чего возвращают шар в урну. Опыт повторяют трижды. Какова вероятность того, что из трех извлеченных при этом шаров ровно два окажутся белыми?
6.Что называется законом распределения случайной величины?

Ответы и комментарии:

Решение.

►Возможны следующие значения случайной величины X: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Найдем вероятности значений случайной величины X по формуле Бернулли:

$$P(A_{5,0}) = C_5^0 p^0 q^5 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$P(A_{5,1}) = C_5^1 p^1 q^4 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{32}$$

$$P(A_{5,2}) = C_5^2 p^2 q^3 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{10}{32}$$

$$P(A_{5,3}) = C_5^3 p^3 q^2 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{32}$$

$$P(A_{5,4}) = C_5^4 p^4 q^1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{5}{32}$$

$$P(A_{5,5}) = C_5^5 p^5 q^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{32}$$

Закон распределения имеет вид:

Значения x_i	0	1	2	3	4	5
Вероятности p_i	1/32	5/32	10/32	10/32	5/32	1/32

Проверка: 1/32+5/32+10/32+10/32+5/32+1/32=1. ◄

Контролируемые компетенции: ОК 03, ОК 05, ОК 06, ОК 09

Критерии оценки:

1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Практическое занятие №15

Нахождение вероятности и числовых характеристик случайной величины при решении профессиональных задач.

Цели: Отработать навыки решение задач на нахождение математического ожидания и дисперсии.

Практическая часть

Задание

Дискретная случайная величина задана таблицей:

x_i	2	4	5	10	12
p_i	0,1	0,15	0,3	0,2	p_5

Найти p_5, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Построить многоугольник распределения. Найти и изобразить функцию распределения.

Контрольные вопросы для защиты:

1.Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величиной?
2.Что называется дисперсией случайной величины?
3. Запишите формулу для вычисления среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины.

Ответы и комментарии:

Решение.

►Для любой дискретной случайной величины $\sum_{i=1}^{n} x_1 \cdot p_1 = 1$

Получаем: 0,1 + 0,15 + 0,3 + 0,2 + p5 = 1. Отсюда p5 = 1 – 0,75 = 0,25. То есть ряд распределения имеет вид:

x_1	2	4	5	10	12
p_1	0,1	0,15	0,3	0,2	0,25

Математическое ожидание найдем по формуле M(X) = $\sum_{i=1}^{n} x_1 \cdot p_1$

Получаем M(X) = 2*0,1 + 4*0,15 + 5*0,3 + 10*0,2 + 12*0,25 = 7,3.

Дисперсию найдем по формуле $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$, где $M(X^2) = \sum_{i=1}^{n} {x_1}^2 \cdot p_1$.

Получаем $M(X^2)$ = 4*0,1 +16*0,15 + 25*0,3 + 100*0,2 + 144*0,25 = 0,4 + 2,4 + 7,5 + 20 + 36 = 66,3

Тогда $D(X)$= 66,3 – $(7,3)^2$ = 13,01.

Среднее квадратичное отклонение найдем по формуле $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$

Получаем $\sigma(0x) = \sqrt{13,01} = 3,61.$

Построим многоугольник распределения: Если $10 < x \leq 12$, то F(x) = 0,1 + 0,15 +0,3 + 0,2

Функция распределения задается формулой $F(x) = P(X < x)$.◄

Контролируемые компетенции: ОК 03, ОК 05, ОК 06, ОК 09

Критерии оценки:

1) оценка «5» ставится, если верно выполнено 86%-100% предлагаемых заданий;
2) оценка «4» ставится при правильном выполнении не менее 76% предлагаемых заданий.
3) оценка «3» ставится, если выполнено не менее 61% предлагаемых заданий.
4) оценка «2» - ставится, если выполнено менее 60% предлагаемых заданий.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену:

1. Как найти модуль комплексного числа?
2. Как найти аргумент комплексного числа?
3. Какие комплексные числа называются сопряженными?
4. Какие существуют формы комплексных чисел?
5. Дать определение графа.
6. Какие детали при изображении графа не важны?
7. Что называется маршрутом?
8. Что называется цепью?
9. Что называется циклом?
10. Что такое степень вершины графа?
11. Что называется цепью?
12. Какое число называют комплексным?
13. Что представляет собой число *i*?
14. Что называется маршрутом?
15. Какие существуют формы комплексных чисел?
16. Что называется циклом?
17. Какая функция называется сложной? Приведите примеры.
18. Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.
19. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
20. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
21. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
22. Приведите примеры использования производной при определении скорости различных процессов.
23. В чем заключается признак возрастания и убывания функции?
24. В чем заключается необходимый признак существования экстремума?
25. В чем заключается достаточный признак существования экстремума?
26. Как отыскивают экстремумы функции с помощью второй производной?
27. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции?
28. В чем различие между нахождением наибольшего и наименьшего значений функции?
29. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
30. Как записать всю совокупность первообразных функций?
31. Что называется неопределенным интегралом?
32. Почему интеграл называется неопределенным?
33. Что означает постоянная С в определении неопределенного интеграла?
34. Что такое определенный интеграл?
35. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
36. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
37. Может ли площадь криволинейной трапеции быть отрицательной?
38. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равной нулю и почему?
39. Приведите примеры физических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла.
40. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
41. Уравнение какого вида называется линейным однородным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами?
42. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения действительные и различные?
43. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения действительные и равные?

44. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения мнимые?
45. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения комплексные?
46. Найти общее решение уравнений $y'' - 7y' + 10y = 0$.
47. Определение дифференциального уравнения первого порядка?
48. Назвать алгоритм решения дифференциального уравнения с разделяющимися
49. переменными.
50. Определение дифференциального уравнением второго порядка?
51. Определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
52. Назвать алгоритм решения дифференциального уравнения второго порядка?
53. Дайте определение ДУЧП.
54. Что такое порядок ДУЧП?
55. Какова классификация ДУЧП?
56. Геометрическая интерпретация ДУЧП.
57. Что такое характеристики ДУЧП?
58. Что называется числовым рядом?
59. Что называется частичными суммами ряда?
60. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда.
61. Сформулируйте признак Даламбера.
62. Сформулируйте основные свойства рядов.
63. Сформулируйте признак Коши.
64. Перечислите основные задачи комбинаторики.
65. Что называется n- факториалом?
66. Что называется перестановками?
67. Что называется перемещениями?
68. Что называется сочетаниями?
69. Вычислите число перестановок из 5 предметов.
70. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
71. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
72. В корзине 5 белых, 3 черных и 7 полосатых шаров. Чему равна вероятность достать наугад одноцветный шар?
73. Что называется условной вероятностью?
74. Как формулируется теорема умножения вероятностей?
75. Какая величина называется дискретной?
76. Что называется законом распределения случайной величиной?
77. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величиной?
78. Что называется дисперсией случайной величины?
79. Какой закон распределения называется биномиальным?
80. Методы приближенного вычисления интеграла
81. Запишите формулу прямоугольников
82. Как вычислить определенный интеграл по формуле прямоугольников?
83. В чем состоит смысл вычисления определенного интеграла по формуле трапеций?
84. Как вычислить определенный интеграл по формуле Симпсона?
85. 1.Что понимается под законом больших чисел?
86. Что такое приближенное дифференцирование?
87. Что такое шаг интерполяции?
88. Как найти шаг интерполяции?

89. Как найти первую конечную разность?
90. Как вычислить q?
91. Что называют задачей Коши?
92. Какой применяют метод для решения задачи Коши?
93. В чем состоит суть метода Эйлера?
94. Что такое шаг разбиения?
95. Как вычислить абсолютную погрешность?
96. Дайте определение производной.
97. Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.
98. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
99. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
100. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
101. В чем заключается механический смысл производной?

Типовой вариант экзаменационного билета
Вариант 1

КУ-54

ОТЖТ –структурное подразделение ОрИПС – филиала СамГУПС

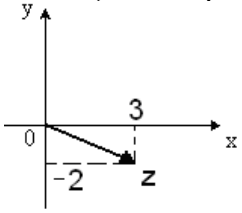
Рассмотрено предметной (цикловой) комиссией « 31 » августа 202 _ г. Председатель ПЦК _____	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0 ЕН.01.ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА (дисциплина) Группа Семестр III	УТВЕРЖДАЮ Заместитель директора по учебной работе СПО (ОТЖТ) _____ « 31 » августа 202_ г.

Оцениваемые компетенции
ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05,ОК 06, ОК 07,ОК 08, ОК 09, ПК 5.4.
Инструкция для обучающихся
Экзаменационная работа включает 20 заданий по основным разделам математики: теория множеств и графов, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения, ряды, теория вероятностей и математическая статистика, численные методы, комплексные числа.
Часть 1содержит 14 заданий с кратким решением (1-14) по 1 баллу, Часть 2 содержит задания с развернутым решением (15-18) по 2 балла, (19-20) по 3 балла.
Критерии оценки

Отметка (оценка)	Количество правильных ответов в %	Количество правильных ответов в баллах
5 (отлично)	86 -100	25-28
4 (хорошо)	76 - 85	22-24
3 (удовлетворительно)	61 - 75	17-21
2 (неудовлетворительно)	0 - 60	0-16

Время выполнения заданий – 180 минут

Часть 1.Задачи с кратким решением:
1 балл). Алгебраическая форма комплексного числа, изображенного на рисунке,



, имеет вид…

2. (1 балл) Найти сумму комплексных чисел: $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 5 - 7i$

3.(1 балл) Найти угловой коэффициент касательной к графику функции

$f(x) = x^2 - 3x + 4$ в точке $x_0 = -2$.

4. Найдите производную функции $y = \sin 7x$.

5. (1 балл) Найдите неопределенный интеграл $\int (5x^2 - 2\cos x)\,dx$.

6. (1 балл) Даны два множества: A=$\{2;3;4\}$ и B=$\{1;2;3;4\}$. Найдите пересечение данных множеств.

7. (1 балл) Найдите общее решение дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' - 3y' + 2y = 0.$

8. (1 балл) Какая последовательность соответствует заданной формуле $\{x_n\} = \left\{\frac{1}{n}\right\}$:

1)1, 2, 3, …n 2)1,$\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \ldots\frac{1}{n}; \ldots$

3)2, 4, 6, 8, …$2n$ 4)1; $\frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}, \ldots\frac{1}{2n}$

9. (1 балл) Коэффициент a_0 ряда Фурье в тригонометрической форме вычисляется по формуле:

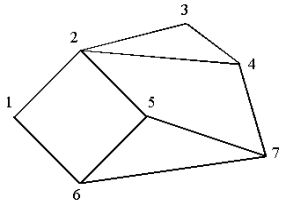
1) $\frac{2}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(n\omega_1 t)dt$;

2) $\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$;

3) $\frac{2}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega_1 t)dt$;

4) $\frac{2\pi}{T}$.

10. (1 балл) Найдите значение ординаты y_2 при вычисления определённого интеграла $\int\limits_2^3 \frac{dx}{x^2+1}$ методом прямоугольников, разделив промежуток интегрирования на 10 равных частей.



11. (1 балл) Определите число ребер, инцидентных вершине 1:

12. (1 балл) Найдите математическое ожидание дискретной случайной величины *X*, заданной законом распределения:

x_i	2	5	8	9
P_i	0,1	0,4	0,3	0,2

13. (1 балл) Четыре пассажира садятся в электропоезд, состоящий из 8 вагонов. Каждый пассажир с одинаковой вероятностью может сесть в любой из 8 вагонов. Определить число всех возможных вариантов размещения пассажиров в поезде.

14(1 балл) По таблице значений функции

x	*0*	*1*	*2*
y	*0*	5	*8*

составлена таблица конечных разностей:

X	*Y*	Δy	$\Delta^2 y$
0 *1* *2*	*0* *5* *8*	5 3	

Найдите $\Delta^2 y$.

Часть 2. Представьте развёрнутое решение

15. (2 балла) Представить число $z = -4 - 4i$ в тригонометрической форме

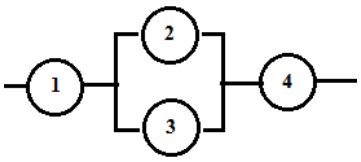
16. (2 балла) Фигура, ограничена указанными линиями: $y = 2x - x^2, y = 2 - x$. Запишите определённый интеграл, выражающий площадь этой фигуры, сделайте чертеж.

17. (2 балла) Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7^n}$.

18. (2 балл) Найдите общее решение дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} - \frac{\sin x}{e^y} = 0$

19. (3 балла) Полезная мощность, выделяемая во внешней части цепи, достигает наибольшего значения 3 Вт при силе тока 3 А. Найти значение внутреннего сопротивления *r*.

20. (3 балла) Определить вероятность надежной работы технического устройства, структурная схема надежности которого изображена на рисунке, если известно, что элементы отказывают независимо друг от друга и вероятность надежности каждого равна 0,9.



Преподаватель _____

Эталоны **ответов**

№ заданий в тесте или билете	1	2	3	4	5	6
Ответ	Z=3-2i	7-4i	-7	7sinx7x	$\frac{5x^3}{3} - 2sinx + C$	(2,3,4)

7	8	9	10	11	12	13
$y = C_1e^{2x} + C_2e^{1}$	2	1	2	2	6.4	40320

14	15	16	17	18	19
-2	$4\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$	$\int_1^2 -x^2 + 3x + 2$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$	0,9801

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Отметка (оценка)	Количество правильных ответов в %	Количество правильных ответов в баллах
5 (отлично)	86 -100	25-28
4 (хорошо)	76 - 85	22-24
3 (удовлетворительно)	61 - 75	17-21
2 (неудовлетворительно)	0 - 60	0-16